

Néhány gondolat a beton matematikai statisztikai értékeléséhez

DR. GYÖRGY LÁSZLÓ

Sok tényező befolyásolja a beton minőségének ingadozását. A szilárdság ingadozásainak okait kutatva még mindig nem sikerült tisztázni az egyes összetevők hatását. Annyi bizonyos, hogy a gondosan összekevert, azonos keverésből származó szilárdsági testeknek is tetemes az eltérésük. Az 1966-ban a KGST-ben folytatott kísérletek szerint a „homogén” beton szórás határát az

$$s_n = 10 + 0,06\bar{K} \quad (1)$$

képlettel adták meg. Ezt az eredményt mutatják a cementvizsgálati próbatestek ingadozásai is egy azonos korosztályon belül. Többször felmerült, hogy ezt az értéket, mint megengedett vizsgálati szórás fogadjuk el, hiszen egy 100 kp/cm² szilárdságú beton esetében ez 16%-nak felel meg, és az MSZ 4715-ben a vizsgálati szórásra 15%-ot engednek meg. Természetesen egy 400 kp/cm² beton esetében 34 kp/cm² a szórás értéke ez kerekben 8,5%-nak felel meg. Amennyiben a szórás értéke ezeknél nagyobb úgy nagy a valószínűsége, hogy a beton készítése nem egyenletes. Tehát vagy az adalékanyag, vagy készítési módja, összetétele, lényegesen változott. A változások figyelembevételére az új előírások a minősítő (K_{min}) értéket vezették be. A

$$K_{min} = \bar{K} - t \cdot s \quad (2)$$

képlettel számítandó, ahol

\bar{K} = a mintából számított átlag kp/cm²

t = a valószínűségi szinttől és a megbízhatóságtól függő állandó

s = a mintából számított négyzetes szórásból vont gyök kp/cm².

A kevésszámú (n) szűrőpróbából való következtetés is növeli a bizonytalanságot, mind az átlag, mind a szórás értékének becslésénél. Vizsgáljuk meg csak az „ n ”-től függően a szórás növekedését.

n	3	5	10	30	40	100
t 75%-os megbízhatóság	3,25	3,10	2,66	2,27	2,22	2,13
50%-os megbízhatóság	2,80	2,52	2,20	2,07	2,00	2,00

Az előző példa adatait véve alapul, 75% megbízhatóság és $n=3$ db esetében a K_{min} érték szórása:

$$s_{Kmin} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} + 3,25^2 \frac{\sigma^2}{2n}} = \sqrt{\frac{30^2}{3} + 3,25^2 \frac{30^2}{2 \cdot 3}} = 44 \text{ kp/cm}^2 \quad (3)$$

$$\bar{K}_{min} = \bar{K} - 3,25 \cdot 30 \pm 2 \times 44 =$$

$$\text{felső } \bar{K}_{min} = 303 + 88 = 391 \text{ kp/cm}^2$$

$$\text{alsó } \bar{K}_{min} = 303 - 88 = 215 \text{ kp/cm}^2.$$

Ezek az értékek már realisabbak, de még így is nagy az eltérés a valódi $K_{min} = 400 - 2 \times 30 = 340$

Legyen a vizsgált beton tényleges átlagértéke μ és szórása σ . Normális gyakorisági eloszlást feltételezve az átlag szórása σ/\sqrt{n} és a szórás $\sigma/\sqrt{2n}$ szórás-értékkel közelíthető. Meghatározhatjuk a chi-négyzet eloszlás segítségével pontosabban is a szórás határait.

Nézzünk egy példát. Vizsgáljuk meg hogyan változik egy $\sigma = 30 \text{ kp/cm}^2$ szórású alapsokaság megbízhatósági intervalluma 95%-os szinten a db-szám függvényében.

n db	σ/\sqrt{n} kp/cm ²	Chi-négyzet eloszlás szerint (95% szinten)	
		s_{min}	s_{max}
		kp/m ²	
3	± 29	16	216
5	± 22	18	87
11	± 15	21	53
30	± 9	25	41
100	± 5	26	35

A 2. képletbe behelyettesítve a $t=2$ értékkel 3 db esetében a következő értéket kapjuk egy 400-as átlagszilárdságú és 30 kp/cm² szórású beton esetében.

$$K_{min} \text{ felső értéke} = \bar{K} + 29 - 2 \times 16 = 397 \text{ kp/cm}^2$$

$$K_{min} \text{ alsó értéke} = \bar{K} - 29 - 2 \times 216 = -61 \text{ kp/cm}^2.$$

Az alsó határ természetesen irreális.

Nézzük az egyszerűbb közelítést. A K_{min} érték szórása közelítőleg:

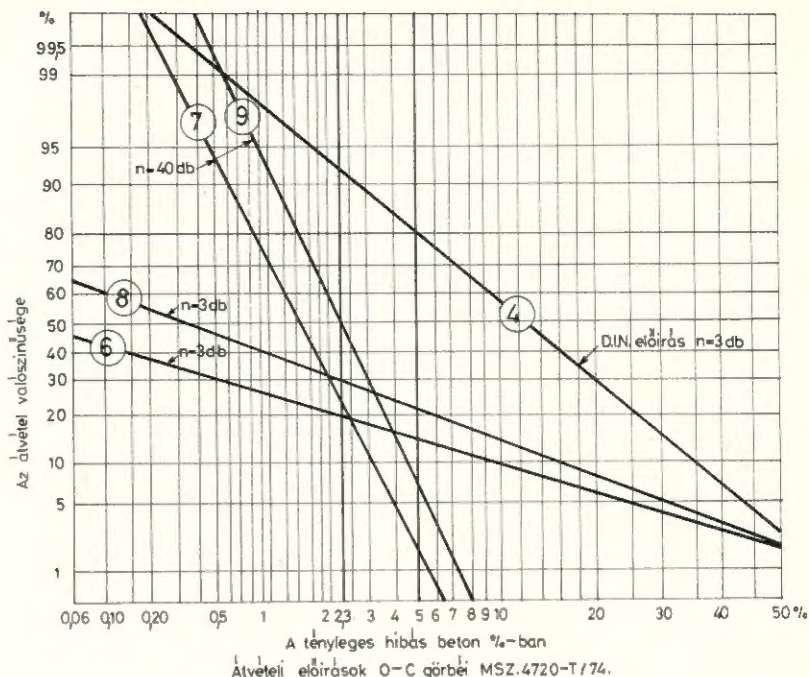
$$s_{Kmin} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} + t^2 \frac{\sigma^2}{2n}}.$$

A t értékére az MSZ 4720 tervezet szerint a következő értékeket írják elő:

kp/cm² értéktől. Az eltérés egyik oka a kis db-szám mellett, hogy a nagyon nagy biztonságra való törekvés mellett a t értéke is magas és így az úgynevezett másodfajú hiba nagysága nagy.

Figyelembe véve, hogy a K_{min} értékét a kész szerkezetben kell biztosítani, látható, hogy az érték előírása eléggé laza. Az előírás átvételi karakterisztika görbéit is megrajzoltuk, közelítően a fenti kérdés tisztázásához K. Stange-féle kétszeres valószínűségű léptékű papíron [1].

Összehasonlítással nézzük meg egy 3 db-os minta átvételi karakterisztikáját; a DIN előírása szerint



és a jelenlegi hazai javaslat szerint [2]. A DIN előírását a szokásos képletalakba írva, ha az számított érték és minimális érték is a B_n -nél nagyobb, úgy a betont átvesszük.

$$\bar{K} - 50 \geq B_n \quad (4)$$

és a $K_1 \geq B_n$

K_1 -gyel jelöltük a minimális értéket. A 4. képletet felírhatjuk az alábbi alakban is:

$$K_{5\%} = B_n = \bar{K} - 1.5 \quad (5)$$

Az átlagot (\bar{K}) 3 db-ból számítjuk az s -et 50 kp/cm²-nek vesszük.

A hazai előírás 75%-os megbízhatósága és 3 db esetén:

$$\bar{K} - 3.25s \geq K_{\min} = K_{2,3} \quad (6)$$

A képlet $n=40$ db esetében 75%-os megbízhatóság mellett:

$$\bar{K} - 2.2s \geq K_{\min} \quad (7)$$

A fentieknek megfelelően 50% megbízhatóság és 3 db eredmény esetén:

$$\bar{K} - 2.8s \geq K_{\min} \quad (8)$$

40 db vizsgálat esetén.

$$\bar{K} - 2s \geq K_{\min} \quad (9)$$

Az átvételi előírások O—C. görbéje a már említett eljárás szerint az 1. ábrán látható.

Az ábra vízszintes tengelyén a tényleges hibás mennyiség aránya %-osan van feltüntetve. A függőleges tengelyen az átvétel valószínűsége %-ban. Amennyiben a vizsgálatok száma végtelen ($n = \infty$)

az ideális átvételi görbe függőleges egyenes a választott hiba %-nál (5., illetőleg 2,3).

A 4. jelű DIN előírás vonalát ④ jellel jelöltük.

Az ábrákból látható, hogy az 5%-os hibás betont tartalmazó jó betont 80%-os valószínűséggel veszi át az eljárás. A hazai javaslat a 2,3%-os hibás betont tartalmazó jó betont 20% valószínűséggel veszi át 6-os képlet, de 20% selejtet tartalmazót még 5% valószínűséggel átvész. Még 40 db vizsgálat esetén is mutatja az a bizonytalanságot, amelyet az alkalmazott, túlzottan óvatos matematikai statisztikai eljárás jelent.

A bizonytalanságok láttán nyilván felmerül a kérdés, hogyan lehet biztonságosabbá tenni a beton megfelelő minőségben történő előállítását. A technológiai fegyelem növelése mellett a fenti előírások finomítására van szükség. Továbbá a vizsgálatok számának növelésére. Semmi esetre sem nélkülözheti a betongyártó a szakképzett beton-technológust és a laboratóriumot. Az eredmények értékelése pedig további útmutatást fog nyújtani a leghelyesebb és legmegfelelőbb értékelési eljárások kialakításához. Addig is a kutatási munkák értékelésénél az átlagérték, mint a legvalószínűbb és a legkisebb hibával rendelkező érték, maradjon az elbírálás alapja.

FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] Beurteilung der Betondruckfestigkeit mit Hilfe von Annalunekenulinieu (Teil 2). I. Bonzel und W. Manns. Betonherstellung und Verwendung. 1969. 8. 19. (p. 355).
- [2] A betonok minőségének ellenőrzése. MSZ. 4720 — T. (1974. Tervezet.)